Министерство образования и науки Республики Коми

Государственное профессиональное образовательное учреждение
«Гимназия искусств при Главе Республики Коми» имени Ю.А. Спиридонова

РАССМОТРЕНО	СОГЛАСОВАНО	УТВЕРЖДЕНО
педагогическим советом	заместителем директора	директором
_____Ревунець В.М.	_____Торлопова В.К.	_____Ревунець В.К.
Протокол от 28.08.2023 № 1	Приказ от 28.08.2023 № 775-од	Приказ от 28.08.2023 № 775-од

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 00DE9D75B5FD8CD9442E04CA94266E1C03
Владелец: Ревунець Валентина Михайловна
Действителен: с 24.05.2023 до 16.08.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
(ID 3798227)

учебного предмета «Практикум по математике»

для обучающихся 11 класса

Сыктывкар, 2023

Пояснительная записка

Рабочая программа учебного курса «Практикум по математике» разработана в соответствии с федеральным государственного образовательным стандартом среднего общего образования; с учётом федеральной образовательной программой среднего общего образования, утвержденной приказом Министерства просвещения Российской Федерации 18.05.2023 № 371, на основе примерной учебной программы учебного предмета математика среднего общего образования (профильный уровень)/ Электронный ресурс: документ. — Режим доступа: http://mat.1september.ru/view_article.php?ID=200901102.

Учебный предмет «Математика» входит в предметную область «Математика и информатика».

Математика занимает особое место в науке, культуре и общественной жизни, являясь одной из важнейших составляющих мирового научно-технического прогресса. Изучение математики играет системообразующую роль в образовании, развивая познавательные способности человека, в том числе к логическому мышлению, влияя на преподавание других дисциплин. Качественное математическое образование необходимо каждому для его успешной жизни в современном обществе.

К числу важнейших вопросов современной государственной политики в области образования относится обеспечение реализации конституционных прав граждан на образование.

Учитывая особенности организации образовательного процесса в гимназии: приём обучающихся в 10-ый класс гуманитарного, художественного, театрального отделений из разных образовательных учреждений республики – и, следовательно, с разным уровнем математической подготовки, и нацеленность выпускников гимназии на продолжение своего образования в ВУЗах, в которых им предстоит изучать математику, а нередко математика является ведущим предметом, поступает заказ на изучение математики не только базового уровня, но и профильного уровня. В образовательной программе Гимназии представлена математика базового уровня с включениями некоторых дидактических единиц профильного уровня.

В связи с выше сказанным возникла необходимость в разработке единого элективного курса «Практикум по математике» для обучающихся 11 классов объёмом 68 часов (2 часа в неделю, при 34 учебных неделях).

Цели программы: обеспечение возможности использования математических знаний и умений в повседневной жизни, подготовки к ЕГЭ по математике и возможности успешного продолжения образования по специальностям,

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

– «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;

– «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;

– «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Соответственно, выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1) практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
2) математика для использования в профессии;
3) творческое направление, на которое нацелены те обучающиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

На базовом уровне:

– Выпускник научится для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

– Выпускник получит возможность научиться для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

Программа составлена с учетом возрастных особенностей обучающихся и соответствует программе школьного курса математики профильного уровня и расширяет её.

Структура экзаменационной работы и организация проведения экзамена отличаются от традиционной системы аттестации, поэтому и подготовка к экзамену должна быть другой. Оптимальной формой подготовки к экзаменам являются элективные курсы, которые позволяют расширить и углубить изучаемый материал по школьному курсу. «Решение задач с параметрами» - это один из труднейших разделов школьного курса математики. Здесь проверяется не «натасканность» ученика, а подлинное понимание им материала. Задачи с параметрами традиционно включаются в КИМы ЕГЭ по математике. В большинстве задач ЕГЭ и вступительных испытаниях в ВУЗы предлагается решать уравнения, неравенства и системы уравнений по различным темам. Поэтому в программе элективного курса

«Практикум по математике» систематизированы основные виды уравнений, неравенств, систем уравнений и различные способы их решения.

Занятия элективного курса в большинстве своём практического характера, поэтому нет необходимости в содержании выделять практические работы. Так же в программе элективного курса уделяется большое внимание самостоятельной работе обучающихся и работе в группах. Работа обучающихся над предложенной системой заданий будет способствовать повышению их ответственности за результаты своего учебного труда, явится стимулом повышения уровня их математической грамотности.

Планируемые результаты освоения программы элективного курса «Практикум по математике»

Изучение элективного курса «Практикум по математике» даёт возможность достижения обучающимися следующих результатов.

Личностные:

- сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки; критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- навыки сотрудничества со сверстниками, взрослыми в образовательной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем.

Метапредметные результаты (формируемые универсальные учебные действия)

Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;

оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;

ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;

оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;

выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;

организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;

сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;

критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;

использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;

выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;

выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;

использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее — ИКТ) в решении когнитивных, коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности.

Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;

развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;

распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметными результатами освоения выпускниками средней (полной) школы программы элективного курса «Практикум по математике» является:

	Базовый уровень «Проблемно-функциональные результаты»		**Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»**	
Раздел	**I. Выпускник научится**	**III. Выпускник получит возможность научиться**	**II. Выпускник научится**	**IV. Выпускник получит возможность научиться**
Цели освоения предмета	Для использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики	*Для развития мышления, использования в повседневной жизни и обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики*	Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики	*Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук*
	Требования к результатам			
Элементы теории множеств и математической логики	Оперировать на базовом уровне[1] понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал; оперировать на базовом уровне понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения,	– *Оперировать[2] понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение и объединение множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;* – *оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения,*	– Свободно оперировать[3] понятиями: конечное множество, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств, числовые множества на координатной прямой, отрезок, интервал, полуинтервал, промежуток с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости; – задавать множества перечислением и характеристическим свойством;	*Достижение результатов раздела II;* *В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов*

[1] Здесь и далее: распознавать конкретные примеры общих понятий по характерным признакам, выполнять действия в соответствии с определением и простейшими свойствами понятий, конкретизировать примерами общие понятия.
[2] Здесь и далее; знать определение понятия, уметь пояснять его смысл, уметь использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, решении задач.
[3] Здесь и далее: знать определение понятия, знать и уметь обосновывать свойства (признаки, если они есть) понятия, характеризовать связи с другими понятиями, представляя одно понятие как часть целостного комплекса, использовать понятие и его свойства при проведении рассуждений, доказательств, решении задач.

	контрпример; находить пересечение и объединение двух множеств, представленных графически на числовой прямой; строить на числовой прямой подмножество числового множества, заданное простейшими условиями; распознавать ложные утверждения, ошибки в рассуждениях, в том числе с использованием контрпримеров. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – использовать числовые множества на координатной прямой для описания реальных процессов и явлений; – проводить логические рассуждения в ситуациях повседневной жизни	*контрпример;* – *проверять принадлежность элемента множеству;* – *находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;* – *проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений.* *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – *использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;* – *проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов*	– проверять принадлежность элемента множеству; – находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости; – проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений; – проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов	
Числа и выражения	Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;	*Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;* *приводить примеры чисел с заданными свойствами*	– Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n,	*Достижение результатов раздела II;* *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;* *понятиями теории делимости при решении стандартных задач* *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических,*

	оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину; выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами; выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел; сравнивать рациональные числа между собой; оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях; изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа; изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях; выполнять несложные	*делимости;* *оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа е и π;* *выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;* *находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;* *пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;* *проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;* *находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;* – *изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;* – *использовать при решении задач табличные значения*	действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; – понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционной системами записи чисел; – доказывать и использовать признаки делимости суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач; – выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью; – сравнивать действительные числа разными способами; – упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2; – находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач; – выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных	*логарифмических, степенных выражений;* *владеть формулой бинома Ньютона;*

	преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений; выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие; вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах; оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* выполнять вычисления при решении задач практического характера; выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств; соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями; использовать методы округления, приближения и прикидки при решении	*тригонометрических функций углов;* – *выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.* *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* *выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;* *оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира*	степеней; – выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – выполнять и объяснять сравнение результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближенных вычислений, используя разные способы сравнений; – записывать, сравнивать, округлять числовые данные реальных величин с использованием разных систем измерения; составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов	

	практических задач повседневной жизни			
Уравнения и неравенства	Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения; решать логарифмические уравнения вида $\log_a(bx + c) = d$ и простейшие неравенства вида $\log_a x < d$; решать показательные уравнения, вида $a^{bx+c} = d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a) и простейшие неравенства вида $a^x < d$ (где d можно представить в виде степени с основанием a);. приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, где a – табличное значение соответствующей тригонометрической функции. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач	– *Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;* *использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;* *использовать метод интервалов для решения неравенств;* – *использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;* – *изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;* – *выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.* *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – *составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных*	– Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений; – решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные; – овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач; – применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй; – владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор; – использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и	*Достижение результатов раздела II;* – *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;* – *свободно решать системы линейных уравнений;* – *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;*

		предметов; – *использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;* – *уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи*	включающих в себя иррациональные выражения; – решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами; – владеть разными методами доказательства неравенств; – решать уравнения в целых числах; – изображать множества на плоскости, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами; – свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач других учебных предметов; – выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем при решении задач других учебных предметов; – составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач других учебных	

			предметов; – составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты; – использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств	
Функции	Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период; оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;	*Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;* *оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;* – *определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;* – *строить графики изученных функций;*	Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции; уметь применять эти понятия при решении задач; владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач; владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их	*Достижение результатов раздела II;* *владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач;*

	распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций; соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы; находить по графику приближённо значения функции в заданных точках; определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.); строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки	*описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;* *строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);* *решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.* *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – *определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);* – *интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;* – *определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в*	графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач; владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач; применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; применять при решении задач преобразования графиков функций; владеть понятиями числовая последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессия; применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и	

	экстремумов и т.д). *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.); интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации	*биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)*	зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т.п.); – интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;. определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)	
Элементы математического анализа	Оперировать на базовом уровне понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции; определять значение производной функции в точке по изображению касательной к графику, проведенной в этой точке; решать несложные задачи на применение связи между промежутками монотонности и точками экстремума функции, с одной стороны, и промежутками знакопостоянства и нулями производной этой функции – с другой. *В повседневной жизни и при*	*Оперировать понятиями: производная функции в точке, касательная к графику функции, производная функции;* *вычислять производную одночлена, многочлена, квадратного корня, производную суммы функций;* – *вычислять производные элементарных функций и их комбинаций, используя справочные материалы;* – *исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа.*	Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач; владеть понятиями бесконечно большие и бесконечно малые числовые последовательности и уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности; владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции; – вычислять производные элементарных функций и их комбинаций; – исследовать функции на монотонность и экстремумы; – строить графики и	– *Достижение результатов раздела II;* – *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;* – *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;* – *оперировать понятием первообразной функции для решения задач;* – *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях;* – *уметь применять при решении задач свойства*

	изучении других предметов: пользуясь графиками, сравнивать скорости возрастания (роста, повышения, увеличения и т.п.) или скорости убывания (падения, снижения, уменьшения и т.п.) величин в реальных процессах; соотносить графики реальных процессов и зависимостей с их описаниями, включающими характеристики скорости изменения (быстрый рост, плавное понижение и т.п.); использовать графики реальных процессов для решения несложных прикладных задач, в том числе определяя по графику скорость хода процесса	*В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* *решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.;* *интерпретировать полученные результаты*	применять к решению задач, в том числе с параметром; – владеть понятием касательная к графику функции и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями первообразная функция, определенный интеграл; – применять теорему Ньютона–Лейбница и ее следствия для решения задач. *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:* – решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; – интерпретировать полученные результаты	*непрерывных функций;*
Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика	Оперировать на базовом уровне основными описательными характеристиками числового набора: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения; оперировать на базовом уровне понятиями: частота и вероятность события, случайный выбор, опыты с равновозможными элементарными событиями;	– *Иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;* – *иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;* – *иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределенных случайных величин;* *понимать суть закона больших*	Оперировать основными описательными характеристиками числового набора, понятием генеральная совокупность и выборкой из нее; – оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей, вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов; – владеть основными понятиями комбинаторики и	*Достижение результатов раздела II;* *владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;* *иметь представление о деревьях и уметь применять при решении задач;* *уметь осуществлять пути по ребрам, обходы ребер и вершин графа;*

	– вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* оценивать и сравнивать в простых случаях вероятности событий в реальной жизни; читать, сопоставлять, сравнивать, интерпретировать в простых случаях реальные данные, представленные в виде таблиц, диаграмм, графиков	*чисел и выборочного метода измерения вероятностей;* *иметь представление об условной вероятности и о полной вероятности, применять их в решении задач;* *иметь представление о важных частных видах распределений и применять их в решении задач;* – *иметь представление о корреляции случайных величин, о линейной регрессии.* *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – *вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;* – *выбирать подходящие методы представления и обработки данных;* – *уметь решать несложные задачи на применение закона больших чисел в социологии, страховании, здравоохранении, обеспечении безопасности населения в чрезвычайных ситуациях*	уметь их применять при решении задач; – иметь представление об основах теории вероятностей; – иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин; – иметь представление о совместных распределениях случайных величин; – понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей; *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; – выбирать методы подходящего представления и обработки данных	– *уметь применять принцип Дирихле при решении задач*
Текстовые задачи	Решать несложные текстовые задачи разных типов; – анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель; – понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной	– *Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;* – *выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;* – *строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;* – *решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального*	– Решать разные задачи повышенной трудности; – анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; – строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;	*Достижение результатов раздела II*

	записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков; – действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи; – использовать логические рассуждения при решении задачи; – работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи; – осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.; решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью; решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных	*результата;* – *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;* – *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;* *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – *решать практические задачи и задачи из других предметов*	– решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; – переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – решать практические задачи и задачи из других предметов	

	процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек; решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временно́й оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.; использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни			
Геометрия	Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей; распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб); изображать изучаемые	*Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;* *применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;* *решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;*	– Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений; – самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или	– *Иметь представление об аксиоматическом методе;* – *владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач;* – *владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач;* – *владеть понятиями*

	фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов; делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу; извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках; применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур; находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников с применением формул; распознавать основные виды тел вращения (конус, цилиндр, сфера и шар); находить объемы и площади поверхностей простейших многогранников и тел вращения с применением формул. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями; использовать свойства пространственных геометрических фигур для	*делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;* *извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;* *применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;* *описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;* *формулировать свойства и признаки фигур;* *доказывать геометрические утверждения;* *владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);* *находить объемы и площади поверхностей геометрических тел с применением формул;* *вычислять расстояния и углы в пространстве.* *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* *использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний*	опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям; – исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах; – решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач; – уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения; – владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр; – иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач; – уметь строить сечения	*центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;* – *иметь представление о развертке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;* – *иметь представление о конических сечениях;* – *иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять их при решении задач;* – *применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;* – *владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять при решении задач;* – *применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;* – *иметь представление об аксиомах объема, применять формулы объемов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;* – *применять теоремы об отношениях объемов при решении задач;*

	решения типовых задач практического содержания; соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера; соотносить объемы сосудов одинаковой формы различного размера; оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников)		многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов; – иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними; – применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач; – уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур; – уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач; – владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач; – владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач; – владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями	– *применять интеграл для вычисления объемов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объема шарового слоя;* – *иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, уметь применять их при решении задач;* – *иметь представление о площади ортогональной проекции;* – *иметь представления о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач;* – *уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;* – *уметь применять формулы объемов при решении задач*

			двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач; – владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач; – владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач; – иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках; – владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач; – владеть понятиями тела вращения (цилиндр, конус, шар и сфера), их сечения и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями касательные прямые и плоскости и уметь применять из при решении	

			задач; – иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач; – владеть понятиями объем, объемы многогранников, тел вращения и применять их при решении задач; – иметь представление о развертке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса, уметь применять их при решении задач; – иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач; – уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения; – иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объемов и площадей поверхностей подобных фигур. *В повседневной жизни и при изучении других предметов:* – составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и	

			интерпретировать результат	
Векторы и координаты в пространстве	– Оперировать на базовом уровне понятием декартовы координаты в пространстве; – находить координаты вершин куба и прямоугольного параллелепипеда	– *Оперировать понятиями декартовы координаты в пространстве, вектор, модуль вектора, равенство векторов, координаты вектора, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы;* – *находить расстояние между двумя точками, сумму векторов и произведение вектора на число, угол между векторами, скалярное произведение, раскладывать вектор по двум неколлинеарным векторам;* – *задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;* – *решать простейшие задачи введением векторного базиса*	– Владеть понятиями векторы и их координаты; – уметь выполнять операции над векторами; – использовать скалярное произведение векторов при решении задач; – применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач; – применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач	
Методы математики	– Применять известные методы при решении стандартных математических задач; – замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности;	– *Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;* – *применять основные методы решения математических задач;* – *на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;*	– Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; – применять основные методы решения математических задач;	*Достижение результатов раздела II;* *применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)*

Тематический план

№ п/п раздела, темы	Наименование раздела, темы	Всего
	11 класс	
1	Введение. Общая концепция решения уравнений (неравенств) с параметрами	3
2	Алгебраические уравнения и системы уравнений	6
3	Уравнения (неравенства) вида P(x)/Q(x)=0.	5
4	Алгебраические неравенства и системы неравенств. Уравнения и неравенства с параметрами.	6
5	Уравнения (неравенства) с модулем.	5
6	Тригонометрия. Тригонометрические уравнения и неравенства	6
7	Задачи с параметрами в разделе «Элементы математического анализа». Функционально-графические методы решения задач с параметрами.	4
8	Геометрические задачи из курса планиметрии и стереометрии повышенного уровня сложности. Объемы, площади поверхности многогранников и тел вращения.	13
9	Текстовые задачи повышенного уровня сложности (задачи на «вклады» и «кредиты», экономические задачи)	6
10	Производная и е применение в задачах на нахождение оптимального значения	6
11	Задачи с целыми числами	4
12	Обобщающее повторение. Решение задач из контрольно- измерительных материалов для ЕГЭ (профильный уровень).	4
	Всего:	68

Содержание программы

№ п/п раздела, темы	Наименование раздела, темы	Дидактические единицы
1	**Алгебраические уравнения и системы уравнений. Уравнения с параметрами**	Область определения уравнения или ОДЗ. Теоремы о равносильности уравнений. Преобразование уравнения в уравнение-следствие. Причины расширения области определения уравнения. Общие методы решения уравнений: замена уравнения h(f(x))=h(g(x)) уравнением f(x)= g(x); разложение на множители, введение новой переменной, функционально-графический метод. Проверка корней уравнения. Случаи потери корней.

		Иррациональные уравнения. Проверка при неравносильных переходах. «Уединение» радикала. Замена переменной. Разложение на множители. Линейные уравнения с параметром. Решение линейных уравнений с параметром. Квадратные уравнения с параметром. Решение квадратных уравнений с параметром. Неравенства второй степени с параметром. Решение неравенств второй степени с параметром Решение показательных уравнений. Метод логарифмирования. Использование свойства показательной функции. Решение уравнений, содержащих степени с двумя различными (не сводящимися друг к другу) основаниями. Решение однородных относительно ax и bx. Уравнения, содержащие степени, произведение которых равно 1. Решение систем показательных уравнений. Решение показательных неравенств. Решение показательных неравенств. Иррациональные уравнения, содержащие корни высших степеней. Тождественные преобразования логарифмических выражений. Решение логарифмических уравнений. Метод потенцирования. Решение логарифмических уравнений заменой переменной. Решение логарифмических неравенств. Решение логарифмических неравенств. Иррациональные системы уравнений. Использование важнейших равносильных преобразований. Общая концепция решения уравнений с параметрами. Методы решения уравнений с параметрами
2	**Алгебраические неравенства и системы неравенств.**	Равносильность неравенств. Теоремы о равносильности неравенств. Решение неравенств II степени. Решение рациональных неравенств. Неравенства, содержащие модуль. Решение иррациональных неравенств. Замена переменных. Графический способ. Системы и совокупности неравенств. Переход от неравенств к равносильной системе или совокупности систем неравенств. Решение систем иррациональных неравенств. Линейные неравенства с параметром. Решение линейных неравенств с параметром. Системы линейных уравнений с параметром. Решение систем линейных уравнений с параметром.
3	**Простейшие уравнения (неравенства) вида P(x)/Q(x)=0.**	Решение уравнений вида P(x)/Q(x)=0 с параметром. Решение уравнений вида P(x)/Q(x)=0 с параметром. Решение неравенств вида P(x)/Q(x)>0 с параметром. Решение неравенств вида P(x)/Q(x)<0 с параметром. Решение неравенств вида P(x)/Q(x)>0, <0 с параметром.
4	**Модуль. Уравнения и неравенства с модулем**	Решение линейных уравнений с модулем. Решение квадратных уравнений с модулем. Решение неравенств содержащие модуль: сведение неравенства к совокупности систем неравенств, возведение обеих частей неравенства в квадрат, использование геометрического смысла модуля. Решение неравенств содержащих модуль. Построение графика функции с модулем. Уравнений с модулем, содержащим параметр. Решение уравнений с модулем, содержащих параметр. Неравенства с модулем, содержащим параметр. Решение неравенств с модулем, содержащих параметр.
5	**Тригонометрия. Тригонометрические**	Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Способы вычисления

	уравнения и неравенства с параметром	значений любых тригонометрических функций, при условии задания одной из них. Обратные тригонометрические функции. Свойства. Графики. Решение тригонометрических уравнений методом разложения на множители, приведения к квадратным уравнениям. Решение однородных тригонометрических уравнений, решение тригонометрических уравнений, используя универсальную подстановку. Метод исследования области изменения левой и правой частей уравнения. Решение иррациональных уравнений, содержащих тригонометрические функции. «Нестандартные» уравнения и некоторые способы их решения. Тригонометрические неравенства. Более сложные случаи. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр. Решение тригонометрических уравнений, содержащих параметр. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр. Решение тригонометрических неравенств, содержащих параметр.
6	**Функционально-графические методы решения задач с параметрами**	Повторение по теме: «График и свойства некоторых функций». Графический способ решения задач с параметрами.
7	**Задачи с параметрами в разделе «Элементы математического анализа».**	Решение задач с параметрами с помощью производной. Решение задач с параметрами с помощью исследования функции. Решение задач с параметрами с помощью исследования функции. Решение задач с параметрами по теме: «Касательная к графику функции».
8	**Геометрические задачи из курса планиметрии и стереометрии повышенного уровня сложности**	Решение прямоугольных треугольников. Использование тригонометрии при решении геометрических задач. Площади плоских фигур. Решение задач на рассмотрение различных геометрических конфигураций. Решение геометрических задач из курса стереометрия повышенного уровня сложности. Нахождение углов между прямыми, между прямой и плоскость, между плоскостями. Нахождение расстояния между скрещивающимися прямыми. Нахождение расстояния между плоскостями.
9	**Текстовые задачи повышенного уровня сложности** (задачи на «вклады» и «кредиты», экономические задачи)	Задачи на проценты, на части. Задачи на движение Задачи на прогрессии. Задачи, решаемые с помощью уравнений.
10	**Задачи с целыми числами**	Разложение чисел на простые множители, признаки делимости, деление с остатком. Взаимно-обратные числа. Разрешение уравнения относительно одной переменной. Решение возвратных уравнений. Понижение порядка уравнения с помощью подходящей замены.

Список литературы для учителя

1. П.И Алтынов. Тесты. Алгебра 10-11 классы. Дрофа 2002.
2. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф. «Геометрия, 10-11», Дрофа, 2001г.
3. Б.Г. Зив «Дидактические материалы по геометрии 10 класс». Просвещение 2004.
4. Б.Г. Зив «Дидактические материалы по геометрии 11класс». Просвещение 2004.
5. П.И Алтынов. Тесты. Геометрия. 10-11 классы. Дрофа 2002.
6. Дубич С.»Линейные и квадратные уравнения с параметром». Математика, 2001г.
7. Лобкова Н. И. «Квадратный трехчлен в задачах с параметрами», СПбГТУ, 2006г.
8. Айвазян Д.Ф. «Решение уравнений и неравенств с параметрами». В.,»Учитель» , 2009г.
9. Малинин В. «Уравнение с параметрами. Графический способ» Математика, 2003г.
10. Зив Б. Г. «Задачи по алгебре и началам анализа». Дрофа, 2005г.
11. Тынянкина С.А.»514 задач с параметрами», В.,1991г.
12. Васильева Н. И. и другие «Абитуриенту -2009» 1000 задач вступительных экзаменов по математике в ВУЗы Санкт-Петербурга». ООО «Интерлайн», 2009 г.
13. «Математика. Сборник заданий для подготовки и проведения письменного экзамена по математике. 11 класс» Дрофа, 2006 г.
14. Ермаков С. М. и другие «Варианты письменных работ по математике» СПбПУ, 2006г.
15. Семенова А.Л., Ященко И.В. «Математика ЕГЭ» Типовые тестовые задания. М., «Экзамен»2010-2011г.
16. Корешкова Т.А., Мирошин В.В., Шевелева Н.В. «Математика ЕГЭ» тренировочные задания. М., «ЭКСМО» 2010-2011г.
17. Нейман Ю.М., Королева Т.М., Маркарян Е.Г. «Математика ЕГЭ» учебно-справочные материалы. М., СПб.:»Просвещение»,2016г.
18. Семенова А.Л., Ященко И.В. «Математика ЕГЭ 3000 задач с ответами» Типовые тестовые задания.М.,»Экзамен»2011г.
19. Гордин Р.К., под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. «Математика ЕГЭ. Задачи С1, С2, С3, С4, С5, С6.» М.,изд. МЦМНО, 2010-2011г.
20. 11 вариантов по математике для поступающих в вузы: Сборник задач с полными и подробными решениями/ Р.Л. Красновский.- М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.- 221с.: ил..- (Поступаем в вуз)
21. Математика. Пособие для углублённого изучения математики для учащихся средних школ и поступающих в технические университеты. М.: БРИДЖ, 1994-180с.
22. Парнасский И.В. Решебник задач повышенной трудности по геометрии 7-11 классы. – М., Издательство «Российское педагогическое агентство», 1998. – 134 с.

Интернет-ресурсы:

1. Федеральный институт педагогических измерений www.fipi.ru
2. Федеральный центр тестирования www.rustest.ru
3. РосОбрНадзор www.obrnadzor.gov.ru
4. Российское образование. Федеральный портал edu.ru
5. Федеральное агентство по образованию РФ ed.gov.ru
6. Федеральный совет по учебникам Министерства образования и науки Российской Федерации http://fsu.edu.ru
7. Решу ЕГЭ https://oge.sdamgia.ru/
8. Открытый банк заданий по математике http://www.mathgia.ru:8080/or/gia12/Main.html?view=TrainArchive
9. Сайт Александра Ларина http://alexlarin.net/
10. Сеть творческих учителей http://www.it-n.ru/
11. http://vekgivi.ru/oge_po_matematike/2-oge-po-matematike/
12. Онлай-школа Фоксфорд https://foxford.ru/library/coach_courses
13. Образовательная платформа Учи.ру https://uchi.ru/teachers/stats/main
14. Электронная школа Знаника https://znanika.ru
15. Библиотека ЦОК: https://urok.apkpro.ru/

Примерные задачи для работы на занятиях, для составления самостоятельных и проверочных работ

Модуль

Решите уравнения:

1) $|x|=0$;
2) $|x+5|=3$;
3) $|x-1|=-5$;
4) $|2+x|=2x$;
5) $|x+1|=-3x$;
6) $|2x+1|=2x$;
7) $|2x+1|=x+3$;
8) $|2x-3|=x-1$;
9) $|5x-1|=3x+4$;
10) $|x|=|2x-5|$;
11) $|x+5|=|10+x|$;
12) $|x-4|=|1+2x|$;
13) $|3x+1|+x=9$;
14) $8+|2x-1|=x$;
15) $|4x-4|-2x-10=0$;
16) $|x-3|+2|x+1|=4$;
17) $|x+3|+|2x-1|=8$; ;
18) $|5-2x|+|x+3|=2-3x$;
19) $|x-1|-|x+1|=2x+6$;
20) $|2x-4|-|3x-1|=4x+5$;
21) $|x+2|=\frac{2}{3-x}$;
22) $|x-3|=\frac{5}{4-x}$;
23) $|x-4|=\frac{2x}{x-3}$;
24) $|x^2-1|+x=5$;
25) $|2x^2-4|+2x=3$;
26) $|3x^2+1|-3x=1$;
27) $|x^2+x|+3x-5=0$;
28) $x^2+|x-2|-10=0$;
29) $|x^2+4x+2|=\frac{5x+16}{3}$
30) $|x-6|=|x^2-5x+9|$;
31) $|x^2-4x|=5$;
32) $\frac{5}{3-|x-1|}=)|x|+2$;
33) $|x-4{,}2|(x-4{,}2)=-1$.

Решите неравенство:

1) $|x|<3$;
2) $|x|>1$;
3) $|x-3|<2$;
4) $|x+1|>1$;
5) $|x+2|>-2$;
6) $|x-3|<-1$;
7) $|x-7|\le 0$;
8) $|x-2|(x-1>0$;
9) $|3x-2{,}5|\le 2$;
10) $|5-2x|>1$;
11) $|2x^2-9x+15|\ge 2$;
12) $x^2-|5x+6|>0$;
13) $|3+x|\ge x$;
14) $|x-9|\le 0$;
15) $\frac{1}{|x|}>\frac{1}{3}$;
16) $|x^2+5x|<6$;
17) $|x3-1|(x-9)<0$;
18) $|x|+|x+3|<5$;
19) $|x-2|+|x+2|\le 4$;
20) $|2x-1|+|x-3|\le 4$.

Постройте графики функций:

1) $y=|x|+3$;
2) $y=|x|-4$;
3) $y=|x-2|$;
4) $y=|x+3|$;
5) $y=|x-1|+4$;
6) $y=|x+2|-3$;
7) $y=|x^2-6x+8|$;
8) $y=|x^2-4x|$;
9) $y=x^2+4|x|-4$;
10) $y=x^2+2|x+1|+3$;
11) $y=||x|-2|$;
12) $y=||x|+3|$;
13) $y=\left|\frac{x-1}{x+1}\right|$;
14) $y=\frac{|x-1|}{x-1}$;
15) $y=|x^2-6|x|+8|$;
16) $y=|x^2+4|x|+4|$.

Решение задач с параметрами

1) Найдите:
а) значение a, при котором корнем уравнения $3(x-4)-5(x+2)=ax-6$ является число 6;
б) значение b, при котором одним из корней уравнения $16x^2+2(b-4)x+(2-3b)=0$ является число 4. Вычислите другой корень.
2) Найдите:
а) значение a, при котором корнем уравнения $5(x-2)-4(x+3)=2+ax$ является число 6;
б) значение b, при котором одним из корней уравнения $9x^2+3(b+2)x-(3-2b)=0$ является число 5. Вычислите другой корень.
3) При каких целых значениях k корень уравнения $kx+1=7$ является целым числом?
4) При каких целых значениях k корень уравнения $kx-1=0$ является целым числом?
5) При каких целых значениях a уравнение $5x-3a=2$ имеет:
а) положительный корень;
б) отрицательный корень;
в) корень, больший 10;
г) корень, принадлежащий промежутку (1;2)?

6) При каких значениях b уравнение $4x-2b=5$ имеет:
а) положительный корень;
б) отрицательный корень;
в) корень, больший 8;
г) корень, принадлежащий промежутку (1;3)?
7) При каких значениях b уравнение имеет два корня:
а) $2x^2+4x+b=0$; в) $4x^2+8x+b=0$;
б) $6x^2+bx+6=0$; г) $5x^2+bx+5=0$.
8) При каких значениях b уравнение имеет один корень:
а) $2x^2-6x+b=0$; в) $4x^2-8x+b=0$;
б) $x^2+bx+4=0$; г) $x^2+bx+16=0$.
9) При каких значениях b уравнение не имеет корней:
а) $x^2+8x+b=0$; в) $x^2+6x+b=0$;
б) $6x^2+bx+4=0$; г) $4x^2+bx+6=0$.
10) Найдите целые значения k, при которых корень уравнения
$k(x+1)=5$ является положительным числом?
11) Найдите целые значения k, при которых корень уравнения $k(2-x)=6$ является отрицательным числом?
12)Из данных уравнений выделите те, которые при любом значении параметра a имеют два корня:
а) $x^2+ax=0$; $x^2+ax-1=0$; $x^2+ax+1=0$; $x^2-a=0$;
б) $x^2-ax=0$; $x^2-ax-5=0$; $x^2+ax+5=0$; $x^2-2a=0$;$ax^2-2=0$; $x^2-4x+a=0$.
13) Найдите, при каких значениях k корнями уравнения $2x^2+kx-(18-x)=0$ является два противоположных числа?
14) Найдите, при каких значениях k корнями уравнения $x^2+k^2(x-1)-x=0$ является два противоположных числа?
15) При каких значениях a уравнение $x^2-4ax+4a^2-1=0$ имеет два различных корня, принадлежащий промежутку (1;6)?
16) При каких значениях a уравнение $x^2-2ax+a^2-1=0$ имеет два различных корня, принадлежащий промежутку (1;5)?
17) При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2+(2-a-a^2)x-a^2=0$ удовлетворяют соотношению $x1+x2=0$?
18) При каких значениях параметра a корни уравнения $5x^2+ax-28=0$ удовлетворяют соотношению $5x_1+2x_2=1$?
19) При каких значениях параметра a корни уравнения $2x^2-(a+1)x+(a-1)=0$ удовлетворяют соотношению $x_1x_2=x_2-x_1$?
20) При каких значениях параметра a корни уравнения $5x^2-ax+1=0$ удовлетворяют соотношению $x_2-x_1=1$?
21) При каких значениях параметра a корни уравнения $2x^2-(a+1)x+a+3=0$ удовлетворяют соотношению $x_2-x_1=1$?
22) При каких значениях параметра a корни уравнения $x^2+(2a-1)x+a^2+2=0$ удовлетворяют соотношению $2x_2=x_1$?
23) Решите уравнение $|4x-2a|=|x+3a|$,где a-параметр.
24)Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $|x^2-3x+2|=a$ имеет три корня.
25)Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $|x^2+4ax|=6a$ имеет три различных корня.
26)Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $|x-1|+|x-a|=2$ имеет хотя бы один корень.
27) Для каждого значения параметра a определите число решений уравнения $|x^2-2x-3|=a$.
28) При каких значениях параметра a, уравнение $|x^2-6x+8|=a+3$ имеет четыре решения.
29) При каких значениях параметра a, уравнение $(a-5)x-2(a+2)\sqrt{x}+a-4=0$ имеет одно решение?
30) При каких значениях параметра a, прямая $y=x+2a$ касается окружности $x^2+y^2=16$?
31) При каких значениях параметра a, область определения
функции $y=\log_2(x^2+(2-a)x-5a+1)$ целиком содержит интервал (3;6)?
32) Найдите все значения параметра a, для которых функция $y=(2a-10)x^3+3(a+2)x^2+6(a+2)x$ возрастает при всех x.
33) При каких значениях параметра a, уравнение $\sin x=\frac{2a+3}{a+3}$ имеет решения.
34) При каких значениях параметра a, система
$\begin{cases} |x|+|y|=a \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$ имеет четыре уравнения?
35) При каких значениях параметра a, функция
$y=\sqrt{\frac{(a+6)x^2+2ax+2a-16}{-x^2+x-10}}$ определена при всех x?
36) При каких значениях параметра a, уравнение
$(a-2)4^x-2^x+a+3=0$ имеет одно решение?
37) При каких значениях параметра a, уравнение
$3x^4+4x^3-12x^2=a$ имеет не менее трех решений?

38)Сколько корней при различных значениях параметра а имеет уравнение $\sqrt{4-x^2}$ = x+a?
39)Для всех допустимых значениях параметра а решите уравнение $\sqrt{2x+1}$= x+a.
40) Найдите все значения параметра а, при которых система уравнений
{ y=$\sqrt{x}$
y-$\frac{1}{2}$ = ax + 2a имеет решение.
41) При каких значениях параметра а, система
{ y=$\sqrt{1-x^2}$
y-3,5=a(x-3) имеет единственное решение?
42)Решите неравенство $\sqrt{2x-a}$≥x.
43) При каких значениях параметра а, уравнение
$2x^2$-atan(cos x)+a2=0 имеет единственное решение?
44) Найдите все значения параметров а и b, при которых система
{ $\left|\frac{x^y-1}{x^y+1}\right|$=a
$x^2+y^2=b$ при x>0 имеет только одно решение (a,b,x,y-действительные числа).
45) При каких значениях параметра а, система уравнений
{ $x^2-(2a+1)x+a^2-3=y$
$y^2-(2a+1)y+a^2-3=x$ имеет одно решение?
46) Найдите все значения параметра а, при которых равносильны системы
{ x+4y=$4a^2$+a и { x^2-3y4-8x+15=0
x+ay=a+4 $x^2+y^2+(a^2-a-10)x+5a+20=0$.
47) Найдите все значения параметра а, при которых система
{ $2^{|x|}+|x|=y+x^2+a$
$x^2+y^2=1$ имеет только одно решение.
48) Найдите все значения параметров а и b, при которых система
{ xyz+z=a,
xyz^2+z=b,
$x^2+y^2+z^2$=4 имеет единственное решение.
49)При каждом значении параметра а решите уравнение
$\sqrt{xa-2}$+$\sqrt{2-ax}$=x2-5x+6.
50)При каждом значении параметра а решите неравенство
$\log_{a-x}(x-a)$-1≥-1.
51) При каждом значении параметра а решите систему неравенств
{ $\log_{2-x}(2-a)>0$
$\log_{4-a}(2x-2)>0$.
52) При каких значениях параметра а, уравнение
1+$(\sin ax)^2=\cos x$ имеет единственное решение?
53) { $x^2+y^2+2z(x+y+z)-\sin\alpha=0$
(x+1)($\sin\frac{\alpha}{2}$)2+y2$\sqrt{x}$+a2$\sqrt{z}$+$\sin\frac{3\alpha}{2}$=0
Найдите все значения параметра а из отрезка[0;2п], при которых данная система имеет хотя бы одно решение.
54) Найдите все значения параметра а , при которых существует единственное значение x, при котором выполняется неравенство
$\log_{\frac{1}{a}}(\sqrt{x^2+ax+5}+1)\log_5(x^2+ax+6)+\log_3 3\geq 0$.
54)Для каждого значения а решите неравенство a+$\frac{4a^2}{|x-2a|}$≥0.
56)Для каждого значения а решите неравенство $\frac{a-x}{a+x}$≥a.
57) Найдите все значения параметра а , при которых уравнение 2cos 2x-4acos x+a^2+2=0 не имеет решений.
58) При каких значениях параметра а, уравнение
$(\sin x)^2$+(1-2a)sin x+a2-1=0.
59) Найдите все значения параметра а, при каждом из которых неравенство
a^2+2a-$(\sin x)^2$-2acos x >0 выполняется для любого значения x.

Решение уравнений

60)Найдите корень уравнения $\log_5(5-x)=\log_5 3$.
61)Найдите корень уравнения $2^{3-3x}=64$.
62)Найдите корень уравнения $\sqrt{55-3x}=5$.

63)Найдите корень уравнения $\log_8(x+6) = \log_8(3x-8)$.
64)Найдите корень уравнения $\log_8(x+9) = \log_8(2x-17)$.
65)Найдите корень уравнения $\log_2(8-3x) = 2\log_2 5$.

Исследование функции с помощью производной

66)Найдите наименьшее значение функции $y = (x-8)e^{x-7}$ на отрезке $[6;8]$.
67) Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{22\sqrt{3}}{3}\cos x + \frac{11\sqrt{3}}{3}x - \frac{11\sqrt{3}\pi}{18} + 5$ на отрезке $[0;\frac{\pi}{2}]$.
68) Найдите наименьшее значение функции $y = 4\cos x - 9x + 5$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2};0]$
69)Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + \frac{18}{\pi}x + 7$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3};0]$.
70) Найдите наименьшее значение функции $y = 2tgx - 2x + 5$ на отрезке $[0;\frac{\pi}{4}]$.
71)Решите систему уравнений { $\frac{81^{\cos x}-12(9^{\cos x})+27}{\log_2(1+2y)} = 0.$
y=sin x.
72)Решите систему уравнений { $\frac{16^{\sin x}-6(4^{\sin x})+8}{\log_2(1-2y)} = 0.$

y=cos x .
73) Решите систему уравнений { y+sin x=0,
$(4\sqrt{\sin x}-1)(2y+3)=0.$
74) Решите систему уравнений { y+cos x=0,
$(5\sqrt{\cos x}-1)(5y-3)=0.$
75)Решите неравенство $(x+\frac{4}{x})(\log_{(6-x)}(x^2-8x+16))2\geq()(\log_{(6-x)}(x^2-8x+16))2.$
76) Решите неравенство $(x+\frac{3}{x})(\log_{(5-x)}(x^2-6x+9))2\geq()(\log_{(5-x)}(x^2-6x+9))2.$
77) Решите неравенство
$(\log_5((7^{-x^2}-6)(7^{-x^2+16}+1)) + \log_5\frac{7^{-x^2}-6}{7^{-x^2+16}-1} > \log_5(7^{2-x^2}-5)2.$
78) Решите неравенство
$(\log_5((3^{-x^2}-5)(3^{-x^2+9}-1)) + \log_5\frac{3^{-x^2}-5}{3^{-x^2+9}-1} > \log_5(3^{7-x^2}-4)2.$

Углы
а) Угол между скрещивающимися прямыми.
Задача № 1.
В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A1C.
Задача № 2.
В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB1 иBC1.
б)Угол между прямой и плоскостью.
Задача № 3.
В кубе ABCДA1B1C1D1 найдите тангенс угла между прямой AC1 и плоскостью BCC1.
Задача №4.
В кубе ABCDA1B1C1D1 найдите тангенс угла между прямой AA1 и плоскостью BDC1.
Задача № 5.
В правильной четырехугольной пирамиде SABCD ,все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AB и плоскостью SAD.
в) Угол между плоскостями.
Задача № 6.
В основании прямой четырехугольной призмы ABCDA1B1C1D1-прямоугольник ABCD, в котором AB=5, AD=√33.Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA1D1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B1D, если расстояние между прямыми A1C1 и BD равно√3.
Задача № 7.

Основание прямой четырехугольной призмы ABCDA1B1C1D1-прямоугольник ABCD, в котором AB=12, AD=√31.Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD1, если расстояние между прямыми AC и B1D1 равно5.
Задача № 8.
Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.
Задача № 9.
В кубе ABCDA1B1C1D1 найдите угол между 1 и плоскостями AB1D1 и AC D1.
Расстояния.
а) Расстояние от точки до прямой.
Задача № 10.
В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние точки B до прямой AC1.
Задача №11.
В правильной шестиугольной призме ABCDEFA1B1C1D1E1F1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние точки B до прямой A1F1.
б) Расстояние между двумя прямыми.
Задача № 12.
В правильной треугольной призме ABCA1B1C1, все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AB и CC1.
Задача № 13.
В правильной четырехугольной пирамиде SABCD ,все ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми AC и SB.
Задача № 14.
В единичном кубе ABCДA1B1C1D1 найдите расстояние между прямыми AB1 и плоскостью BC1.

в) Расстояние от точки до плоскости.
1) Через середину стороны AB квадрата ABCД проведена прямая, пересекающая прямые CД и AД в точках M и T соответственно и образующая с прямой AB угол α, $\tan\alpha$=3.Найдите площадь треугольника BMT, если сторона квадрата ABCД равна 4.
2) Дана трапеция ABCД, основания которой BC=44, AД=100, AB=CД=35.Окружность,касающаяся прямых AД и AC, касается стороны CД в точке K.Найдите длину отрезка CK.
3) В треугольнике ABC : AB=12, BC=6, CA=10. Точка Д лежит на прямой BC так, что BД:ДC=2:7.Окружности,вписанные в каждый из треугольников AДC и AДB, касаются стороны AД в точках E и F.Найдите длину отрезка EF.
4) В треугольнике ABC : AB=15, BC=5, CA=12. Точка Д лежит на прямой BC так, что BД:ДC=3:4.Окружности,вписанные в каждый из треугольников AДC и AДB, касаются стороны AД в точках E и F.Найдите длину отрезка EF.